



ORÍGENES DE LA GEOMETRÍA PROYECTIVA

LA DIVINA PROPORCIÓN



Luca Pacioli
Inicial grabada sobre madera



Luca Pacioli
JACOPO DE' BARBARI

LUCA PACIOLI (1445-1517)

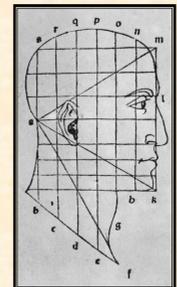
Nació en la pequeña localidad de Borgo San Sepolcro, la misma en la que naciera en 1420 PIERO DELLA FRANCESCA del que fue alumno y amigo. A los veinte años abandona su ciudad natal para dirigirse a Venecia a trabajar como preceptor de los hijos del mercader ANTONIO ROMPIASI. Allí asiste a las lecciones de Matemáticas de DOMÉNICO BRAGADINO. Escribe un libro de álgebra que dedica a los hijos de ROMPIASI. Hacia 1470 se va a Roma alojándose en casa de LEON BATTISTA ALBERTI y coincidiendo allí con su maestro PIERO. Alrededor de 1472 toma la decisión de entrar en la orden de los Franciscanos Menores. En 1477 es contratado para que enseñe Matemáticas en Perugia, actividad que abandona para realizar algunos viajes, con el fin de redactar algunos manuscritos.

En 1490 se encuentra en Nápoles en donde enseñará Teología y Matemáticas. Realiza una colección de poliedros regulares que más tarde regalará a GUIDUBALDO DE MONTEFELTRO. De 1490 a 1493 se encuentra en su pueblo natal para preparar la publicación de su obra *Summa de Arithmetica*, que se imprimirá en Venecia.

Después de la publicación de la *Summa*, regresa a Urbino. De esta época es la famosa pintura que lo representa explicando uno de los teoremas de EUCLIDES y acompañado de un joven que podía ser su protector GUIDUBALDO.

En 1496 se traslada a Milán para enseñar Matemáticas. Por esta misma época se encontraba LEONARDO DA VINCI en esta ciudad con el que entabla una gran amistad, fruto de la cual fueron los sesenta dibujos de los cuerpos regulares que LEONARDO realizó para la obra *De Divina Proportione*, que PACIOLI termina en 1498 y que dedica a LUDOVICO M. SFORZA, duque de Milán.

De 1500 a 1505 desempeñará diversos puestos como docente en los centros de estudios y universidades de Pisa, Perugia, Bologna y Florencia. A mediados de 1508 realiza su último viaje a Venecia para preparar la impresión de los *Elementos* de EUCLIDES. Sigue con la docencia a pesar de su precaria salud, y en 1514 se traslada a Roma para hacerse cargo de una cátedra de Matemáticas. Su muerte debió de ocurrir en su pueblo natal en 1517.



Leonardo,
supuesto retrato en *La Divina Proportione* de LUCA PACIOLI



Compases de medida áurea

SECCIÓN ÁUREA

El origen del término sección áurea es bastante incierto. Generalmente es situado en Alemania, en la primera mitad del siglo XIX. Este término se corresponde con la proporción que PLATÓN recoge en el *Timeo*:

"Pues cuando de tres números, el del medio es de tal clase que tiene respecto del último la misma relación que tiene el primero respecto de él, en tal caso forman todos una unidad perfecta"

y que aparece en el libro VI de *Los Elementos* de EUCLIDES:

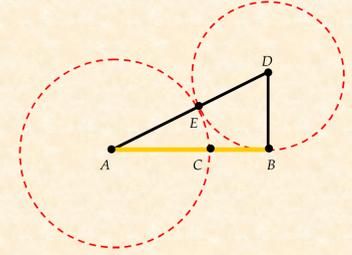
"Se dice que una recta está dividida en media y extrema razón cuando la línea total es a la parte mayor como la parte mayor a la menor".

Esta proporción es denominada *divina proporción* por PACIOLI y *sección divina* por JOHANNES KEPLER (1571-1639):

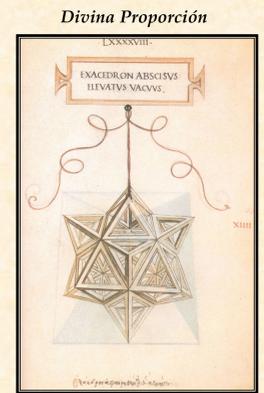
"La geometría tiene dos grandes tesoros, el teorema de PITÁGORAS y la división de una línea en una proporción extrema y una media".

DIVISIÓN DE UN SEGMENTO EN MEDIA Y EXTREMA

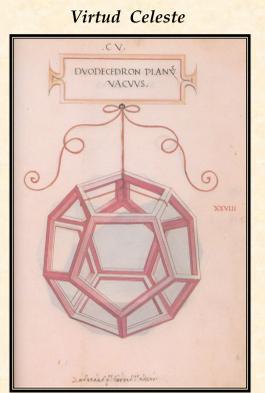
Sea AB un segmento. Trazamos por B una recta perpendicular y medimos el segmento $BD=AB/2$. Unimos D con A . Con centro D y radio DB dibujamos una circunferencia que corta AD en E , y con centro A y radio AE dibujamos otra que corta AB en C . El punto C divide el segmento AB en media y extrema razón: $AB/AC=AC/CB$.



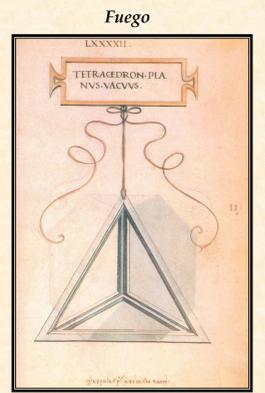
Supongamos que $CB=1$ y $AC=x$. Entonces $AB=x+1$, y se verifica que $(x+1) \cdot 1 = x^2$. El valor x positivo que verifica esta igualdad es $(1+\sqrt{5})/2=1,6180339...$, que se llama **número áureo** y se representa por la letra griega Φ , en honor del arquitecto griego FIDIAS. Por la construcción, el número Φ es el valor de la sección áurea.



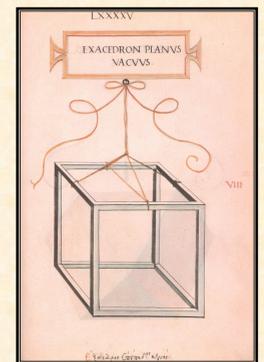
Divina Proportione



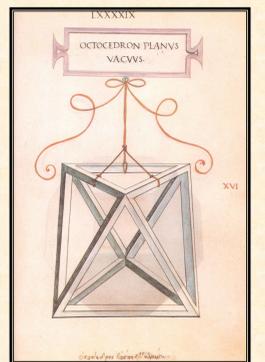
Virtud Celeste



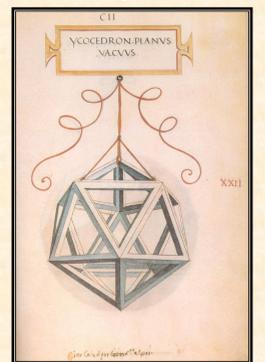
Fuego



Tierra

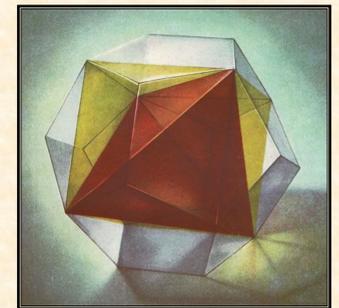


Aire



Agua

Tetraedro inscrito en un cubo, inscrito en un dodecaedro, y todos en una esfera



EXCELLENTISSIMO PRINCIPI LUDOVICO M. SF. ANGLO MEDIOL. D. PACIS ET BELLI ORNAMENTO, FRATRIS LUCE EX BURGO S. SEPUL., OR. MI. SACÆ. THEOL. PROFES. DE DIVINA PROPOR. EPISTOLA

LA DIVINA PROPORCIÓN

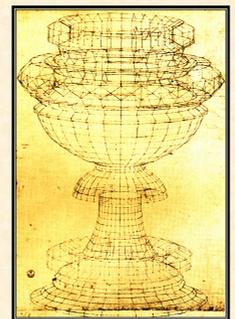
Del título que conviene al presente Tratado o Compendio.

En este tratado dedicado "Al Excelentísimo Duque Ludovico María Sforza, Duque de Milán, Ornamento de la paz y de la guerra, Epístola sobre la Divina Proporción, del hermano Luca de Borgo San Sepolcro, de la orden de los menores, profesor de Sagrada Teología" aparece, en el capítulo V, la justificación del nombre dado a esta proporción:

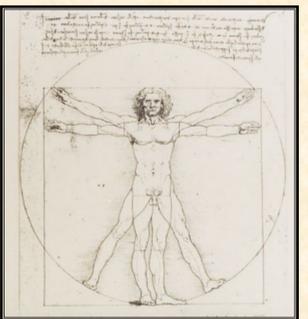
"Paréceme, excelso Duque, que el título que conviene a nuestro tratado ha de ser el de *La Divina Proporción*, y ello por numerosas correspondencias de semejanza que encuentro en nuestra proporción, de la que tratamos en este utilísimo discurso, que corresponden a Dios mismo. Para nuestro propósito será suficiente considerar cuatro de ellas, entre otras, La primera es que ella es una sola y no más, y no es posible asignarle otras especies ni diferencias, Y dicha unidad es el supremo epíteto de Dios mismo, según toda la escuela teológica y también filosófica. La segunda correspondencia es la de la Santa Trinidad, es decir, que, así como *in divinis* hay una misma sustancia entre tres personas -Padre, Hijo y Espíritu Santo-, de igual modo una misma proporción se encontrará siempre entre tres términos, y nunca de más o de menos, como se dirá. La tercera correspondencia es que, así como Dios no se puede propiamente definir ni puede darse a entender a nosotros mediante palabras, nuestra proporción no puede nunca determinarse con un número inteligible ni expresarse mediante cantidad racional alguna, sino que siempre es oculta y secreta y es llamada irracional por los matemáticos. La cuarta correspondencia consiste en que, así como Dios nunca puede cambiar y está todo El en todo y todo en todas partes, de igual modo nuestra proporción es siempre, en toda cantidad continua y discreta, grande o pequeña, la misma y siempre invariable, y de ninguna manera puede cambiar ni de otro modo puede aprehenderla el intelecto, como nuestra explicación demostrará.

La quinta correspondencia puede añadirse no sin razón a las cuatro anteriormente citadas: así como Dios confiere el Ser a la virtud celeste, por otro nombre llamada quinta esencia, y mediante ella a los otros cuerpos simples -es decir a los cuatro elementos, tierra, agua, aire y fuego-, y a través de éstos da el ser a cada una de las otras cosas de la naturaleza, de igual modo nuestra santa proporción confiere el ser formal, según el antiguo PLATÓN en su *Timeo*, al cielo mismo, atribuyéndole la figura del cuerpo llamado **dodecaedro** o, dicho de otro modo, cuerpo de doce pentágonos. el cual, como más abajo se demostrará, no puede formarse sin nuestra proporción.

Y, del mismo modo, asigna una forma propia, diferenciada, a cada uno de los elementos, y así al fuego la figura piramidal llamada **tetraedro**, a la tierra la figura cúbica llamada **hexaedro**, al aire la figura llamada **octaedro** y al agua la conocida como **icosaedro**. Y según los sabios todos los cuerpos están ocupados por dichas formas y figuras, como separadamente se dirá más abajo acerca de cada uno de ellos. Mediante éstos, nuestra proporción da forma a otros infinitos cuerpos llamados dependientes. Y no es posible proporcional entre sí estos cinco cuerpos regulares ni se entiende que puedan circunscribirse a la esfera sin nuestra mencionada proporción, todo lo cual se pondrá de manifiesto más abajo. Aunque se podrían aducir otras muchas correspondencias, baste con señalar éstas para la adecuada denominación del presente compendio.



Copa
PAOLO UCCELLO



Hombre de Vitruvio
LEONARDO DA VINCI
Venecia, Real Academia

¿Plagio en el Renacimiento?

PIERO DELLA FRANCESCA (1416-1492) y LUCA PACIOLI nacieron en la misma ciudad de la Toscana italiana: Borgo San Sepolcro, entre Arezzo y Urbino. Allí dos calles paralelas llevan sus nombres, y es interesante conocer la relación que les unió en vida. Tradicionalmente, la Historia ha calificado al primero de extraordinario pintor, y al segundo de matemático ilustre, pero en los últimos tiempos se ha reivindicado la relevancia matemática del trabajo de PIERO. En efecto, los investigadores han mostrado que LUCA incluyó en sus trabajos resultados de PIERO sin citar. Esto debe valorarse en función de la época y los antecedentes de "grandes compiladores", como el mismo EUCLIDES, pero hay historiadores muy críticos que califican el hecho de plagio, teniendo en cuenta además las cautelas del propio LUCA para salvaguardar la autoría de sus trabajos. En todo caso, hoy se hace justicia a la contribución esencial de PIERO a las Matemáticas renacentistas, aunque se considera también indudable que sus *manuscritos* se han conocido mucho más por formar parte de las *publicaciones impresas* de LUCA.

