Une chaine boroméenne "non engendrée" par la chaine 

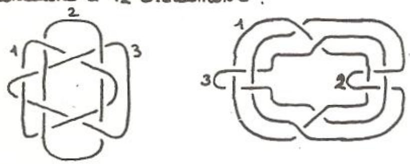
Parmi toutes les chaines, il y a les chaines boroméennes. Et parmi toutes les chaines boroméennes, il y a la chaine .

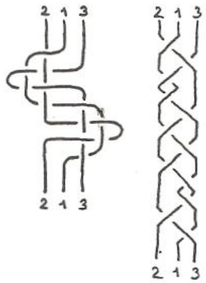
D'un certain point de vue (le point de vue de Milnor dans "Link groups"), la chaine  engendre toutes les chaines boroméennes.

Le repérage de ce point de vue permet de repérer ce qui échappe à ce point de vue.

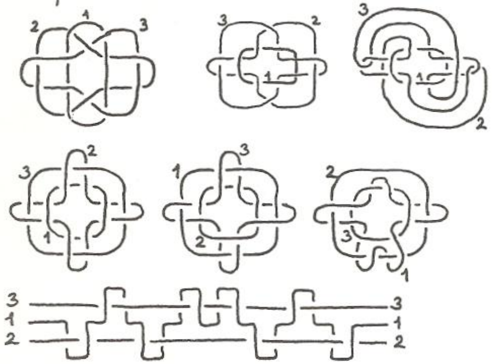
Voici une chaine boroméenne qui n'est pas engendrée par  (c'est le cas le plus simple et le cas exemplaire). C'est une chaine de trois cercles :

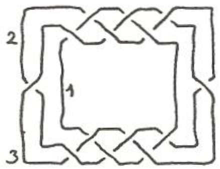
Présentations à 12 croisements :





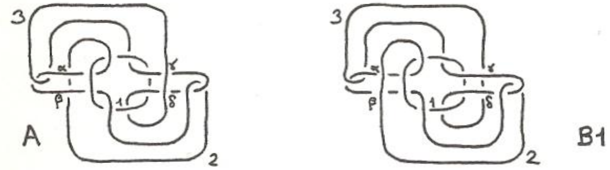
Autres présentations :



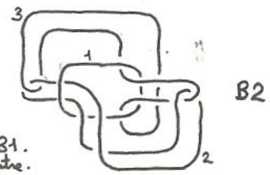


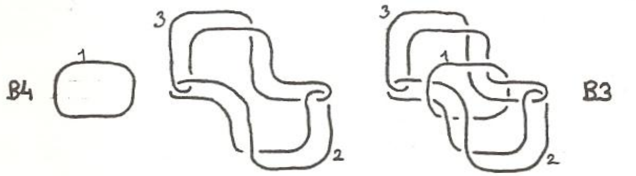
Dans cette chaine, les trois cercles ne jouent pas le même rôle. Il y a d'une part 1, et d'autre part 2 et 3 qui s'échangent par image miroir.

Cette chaine peut se défaire par "homotopie" ou "auto-traversée". Plus précisément, si les cercles 2 et 3 peuvent s'auto-traverser, cette chaine peut se défaire.



A est la chaine boroméenne présentée dans ce texte. Elle est homotope à la chaine B1. En effet A ne diffère de B1 que par deux auto-traversées de 2 en α et β et deux auto-traversées de 3 en γ et δ.
B2, B3, B4 sont des déformations de B1.
Ce qui montre que B1 est la chaine neutre.





Ainsi cette chaine (la chaine A) est homotopiquement neutre.
Pour être plus exact, ce qui fait l'intérêt de cette chaine, c'est qu'elle correspond à la plus simple des tresses homotopiquement neutres.
Voir le texte "Une tresse homotopiquement neutre".